3-1 幾何推理

Tsung Yung 伺服器

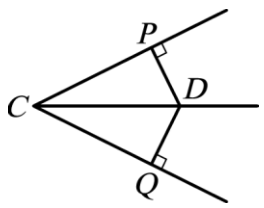
明星學校月考試題解析

觀念 1. 幾何證明

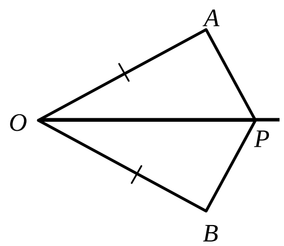
講解例題：

1. 兩個直角三角形在下列何種條件下不一定全等？
   (A)二銳角對應相等
   (B)一斜邊及一股等長
   (C)二股對應相等
   (D)一斜邊及一銳角對應相等

2. 如圖，$\overline{CD}$ 為∠PCQ 的角平分線，若 $\overline{DP}\perp\overline{CP}$，$\overline{DQ}\perp\overline{CQ}$，則下列何種全等性質可說明△CPD≅△CQD？
   (A)RHS　(B)SAS　(C)AAS　(D)ASS



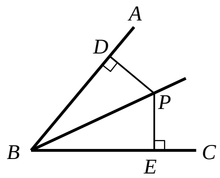
3. 如圖，已知 $\overleftrightarrow{OP}$ 平分∠AOB，$\overline{OA}=\overline{OB}$，若要証明出△OPA≅△OPB，是引用哪一個「三角形全等性質」？
   (A)RHS (B)ASA
   (C)AAS (D)SAS



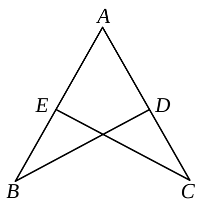
同學類題：

1. 三角形中，若有兩邊的高等長，則此三角形必為何種三角形？
   (A)直角三角形　(B)等腰三角形
   (C)銳角三角形　(D)鈍角三角形

2. 如圖，P 是∠ABC 角平分線上一點，$\overline{PD}\perp\overline{AB}$，$\overline{PE}\perp\overline{BC}$，D、E 是垂足。欲證明 $\overline{PD}=\overline{PE}$，要先證明△PDB≅△PEB，則須用什麼全等性質？
   (A)AAS　(B)RHS　(C)SAS　(D)ASA

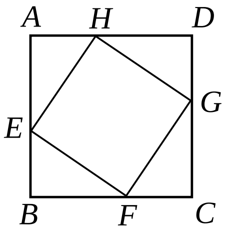


3. 如圖，已知 $\overline{AB}=\overline{AC}$，$\overline{AD}=\overline{AE}$，則下列哪一個三角形全等性質可用以證明△ABD≅△ACE？
   (A)SSS　(B)AAS　(C)ASA　(D)SAS



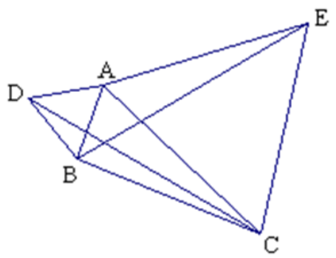
4. 如圖，若ABCD為正方形，且$\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}$。小蝸想證明△EBF≅△FCG，要利用哪一個全等性質？

(A)SSS (B)SAS (C)AAS (D)RHS



5. 如圖，在△ABC的兩邊$\overline{AB}$、$\overline{AC}$往外側作正△ADB和正△ACE，再連接$\overline{DC}$、$\overline{BE}$，若想證明$\overline{DC}=\overline{BE}$，則需利用哪一個全等性質先證明△ADC≅△ABE？

(A)ASA (B)AAS (C)SSS (D)SAS



6. 在幾何證明中，有時僅從「已知條件」的圖形，並不足以直接推導出結論，常常需要在原圖上添加一條線，以助推導，所添加的線我們就稱為「輔助線」。如右圖，△ABC中，已知$\overline{AB}=\overline{AC}$，若想要得證∠B＝∠C，以下哪一種做輔助線的方法較不合適？

(A)做∠A的角平分線交$\overline{BC}$於D，則△ABD≅△ACD(SAS)，∠B＝∠C故得證

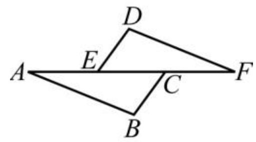
(B)做$\overline{BC}$的中垂線交$\overline{BC}$於D，則△ABD≅△ACD(SAS)，∠B＝∠C故得證

(C)做$\overline{AD}$垂直$\overline{BC}$交$\overline{BC}$於D，則△ABD≅△ACD(RHS)，∠B＝∠C故得證

(D)找出$\overline{BC}$中點D，連接$\overline{AD}$，則

4. 如圖，$\overline{DE}=\overline{BC}$，$\overline{DE}$ // $\overline{BC}$，$\overline{AE}=\overline{CF}$，則我們可以利用哪一個全等性質得到△ABC≅△FDE？

(A)SAS (B)SSS (C)ASA (D)AAS



5. 如圖，分別以△ABC 的兩邊$\overline{AB}$、$\overline{AC}$為邊，向外作正△ABD 與正△ACE，求證：$\overline{BE}=\overline{CD}$，小亮的證明過程如下：

(1)∵△ABD 為正三角形∴$\overline{AB}=\overline{AD}$，∠BAD＝60°同理$\overline{AE}=\overline{AC}$，∠CAE＝60°

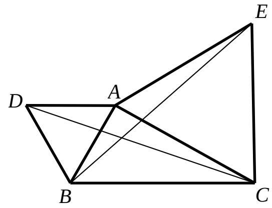
(2) ∵$\overline{AB}=\overline{AD}$，$\overline{AE}=\overline{AC}$，∠CAE＝∠BAD

∴△ABE≅△ADC（SAS），故$\overline{BE}=\overline{CD}$

小明發現在他的證明過程中有一個地方錯誤，請問是下列何者？

(A)$\overline{AB}=\overline{AD}$ (B)∠CAE＝∠BAD

(C)$\overline{AE}=\overline{AC}$ (D)所用的全等性質 SAS



6. △ABC 中，$\overline{AD}$垂直平分$\overline{BC}$，且交$\overline{BC}$於 D，則下列哪些敘述是正確的？

甲：△ABC 是正三角形

乙：$\overline{AD}$平分∠BAC

丙：△ABD≅△ACD　　丁：∠B＝∠C

(A)全部正確 (B)乙、丙、丁

(C)甲、乙、丙 (D)甲、丙、丁

△ABD≅△ACD(SSS)，∠B = ∠C故得證

7. △ABC 及△DEF 中，已知 $\overline{AB}=\overline{DE}$，$\overline{BC}=\overline{EF}$，欲使兩個三角形全等，請問下列敘述何者錯誤？

(A)使用 SAS 全等，應加條件為∠C = ∠F

(B)使用 SSS 全等，應加條件為 $\overline{AC}=\overline{DF}$

(C)使用 RHS 全等，應加條件為 ∠C = ∠F = 90°

(D) 使用 RHS 全等，應加條件為∠A = ∠D = 90°

8. 已知△ABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$\overline{BE}\perp\overline{AC}$，$\overline{CF}\perp\overline{AB}$，以下推證 $\overline{BD}=\overline{CD}$ 的過程中，從下列哪一個步驟開始出現錯誤？

(A)∵∠A = ∠A，∠3 = ∠4 = 90°，$\overline{AB}=\overline{AC}$ ∴△ABE≅△ACF（AAS）

(B)∵△ABE≅△ACF ∴ AE $\overline{AE}=\overline{AF}$

(C)∵ $\overline{AE}=\overline{AF}$，$\overline{AD}=\overline{AD}$，∠3 = ∠4 ∴ △ADF≅△ADE（SSA）

(D)∠1 = ∠2，$\overline{AD}=\overline{AD}$，$\overline{AB}=\overline{AC}$ ∴△ABD≅△ACD（SAS），得 $\overline{BD}=\overline{CD}$

7. △ABC 及△DEF 中，已知 $\overline{AB}=\overline{DE}$，$\overline{BC}=\overline{EF}$，試判斷下列敘述何者錯誤？

(A)欲使用 SAS 全等，應加條件∠C = ∠F，方能使兩個三角形全等

(B)欲使用 SSS 全等，應加條件 $\overline{AC}=\overline{DF}$，方能使兩個三角形全等

(C)欲使用 RHS 全等，應加條件∠C = ∠F = 90°，方能使兩個三角形全等

(D)欲使用 RHS 全等，應加條件∠A = ∠D = 90°，方能使兩個三角形全等

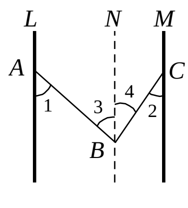
8. 如圖，已知直線 L // M，求證∠ABC = ∠1 + ∠2。下列推理證明的過程步驟中，何者錯誤？

(A)過 B 點作直線 N // L， 則∠3 = ∠4

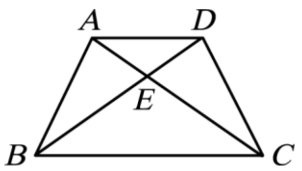
(B)∵N//L，L//M ∴N//L//M

(C)∵N//L ∴∠1 = ∠3 ∵N//M ∴∠2 = ∠4

(D)∵∠ABC = ∠3 + ∠4 ∴∠ABC = ∠1 + ∠2



9. 如圖，等腰梯形 ABCD 中，$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$，且 $\overline{AB}$ = $\overline{DC}$，小萱想證明 $\overline{AC}$ = $\overline{BD}$，她的證明過程如下：∵ABCD 為等腰梯形 ∴∠ABC = ∠DCB，在△ABC 與△DCB 中 ∵∠ABC = ∠DCB，$\overline{AB}$ = $\overline{DC}$ ∴△ABC≅△DCB ∴ $\overline{AC}$ = $\overline{BD}$，請問小萱在過程中缺少下列哪一個條件？



(A) $\overline{BE}$ = $\overline{CE}$ (B)∠AEB = ∠DEC

(C) $\overline{BC}$ = $\overline{BC}$ (D)∠AED = ∠BEC

10. 如圖，A、B、C、D 四點共線，且 $\overline{AB}$ = $\overline{CD}$，$\overline{EC}$ // $\overline{BF}$，$\overline{EC}$ = $\overline{BF}$，下列是翰翰證明△ACE≅△DBF 的過程：△ACE 與△BFD 中，$\overline{CE}$ = $\overline{BF}$ ∵ $\overline{CE}$ // $\overline{BF}$ ∴∠1 = ∠2 又 $\overline{AB}$ = $\overline{CD}$ ∴ $\overline{AB}$ + $\overline{BC}$ = $\overline{CD}$ + $\overline{BC}$，$\overline{AC}$ = $\overline{BD}$ ∴△ACE≅△DBF 由以上的過程，翰翰推得兩個結論，(甲)

9. 已知：如圖，$ABCD$ 是正方形，A 在 L 上，$\overline{DE}\perp L$，$\overline{BF}\perp L$，垂足分別為 E、F($\overline{AE}\neq\overline{AF}$)。

求證：△ADE≅△BAF。

證明：

(1)∵$ABCD$ 是正方形，∴$\overline{AB}$ = $\overline{AD}$，∠7 = 90°

(2)∵$\overline{DE}\perp L$，$\overline{BF}\perp L$，∴∠5 = ∠6 = 90°

(3) (甲)

(4)∴△ADE≅△BAF(AAS 全等性質)

下列選項中，選出可填入(甲)中的正確證明過程

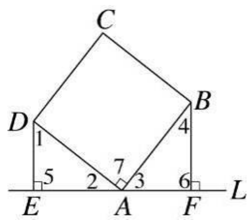
(A)∵$\overline{DE}\perp L$，$\overline{BF}\perp L$，∠7 = 90°，∴$\overline{DE}$ = $\overline{BF}$

(B)∵$\overline{DE}\perp L$，$\overline{BF}\perp L$，∠7 = 90°，∴∠1 = ∠4

(C)∵∠7 = 90°，∠5 = ∠6 = 90°，∴∠2 = ∠3

(D)∵∠7 = ∠5 = 90°，∴∠1 + ∠2 = ∠2 + ∠3

⇒∠1 = ∠3



10. 如圖，$\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 O 點，若 $\overline{OA}$ = $\overline{OD}$，$\overline{OB}$ = $\overline{OC}$，則下列敘述哪些是正確的：

甲：△AOB≅△DOC

乙：∠B = ∠C

丙：$\overline{AB}$ = $\overline{CD}$

丁：$\overline{AB}$ // $\overline{CD}$

(A)甲

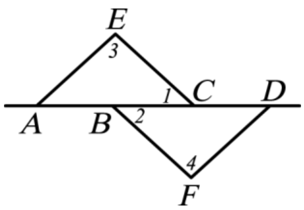
(B)乙、丙

(C)甲、丙、丁

(D)甲、乙、丙、丁

$\overline{AE}$ // $\overline{DF}$，(乙)∠3 + ∠4 = 180°，則下列選項何者正確？

(A)甲正確，乙錯誤　(B)乙正確，甲錯誤　(C)甲乙皆正確　(D)甲乙皆錯誤



11. 如圖，$\overline{AB}$ = $\overline{AC}$，$\overline{CE}$ ⊥ $\overline{AB}$，$\overline{BD}$ ⊥ $\overline{AC}$，$\overline{BD}$ 與 $\overline{CE}$ 交於F點，試證∠1 = ∠2

證明：(1)在△ABD與△ACE中

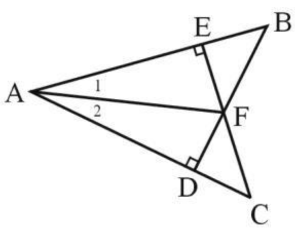
∵ $\overline{AB}$ = $\overline{AC}$，∠ADB = ∠AEC = 90，_________∴△ABD≅△ACE(_________全等性質)，故 $\overline{AD}$ = $\overline{AE}$

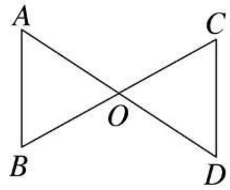
(2)在△AEF與△ADF 中

∵ $\overline{AE}$ = $\overline{AD}$，∠AEF = ∠ADF = 90，__________

∴△AEF≅△ADF (_________全等性質)

故_________



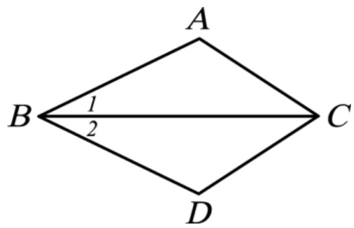


11. 如圖，試回答(1)~(3)題：

(1)若 $\overline{AB}$ = $\overline{BD}$，∠1 = ∠2，則可根據【　　　】全等性質，證明出△ABC≅△DBC

(2)若條件改為 $\overline{AB}$ = $\overline{BD}$，$\overline{AC}$ = $\overline{CD}$，則可根據【　　　　】全等性質，證明出△ABC≅△DBC。

(3)若條件再改為∠A = ∠D，∠1 = ∠2，則可根據【　　　　】全等性質，證明出△ABC≅△DBC。



12. 已知：如圖，D 為 $\overline{BC}$ 的中點，$\overline{DE}$ ⊥ $\overline{AB}$，$\overline{DF}$ ⊥ $\overline{AC}$，$\overline{DE}$ = $\overline{DF}$

求證：△ABC 為等腰三角形

證明：

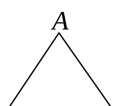
∵D 為 $\overline{BC}$ 的中點　∴ $\overline{BD}$ = $\overline{DC}$

在△BDE 和△CDF 中

∵ $\overline{BD}$ = $\overline{DC}$，$\overline{DE}$ = $\overline{DF}$

∠BED = 90° = ∠__________

⇒△BDE≅△CDF(_________性質)



12. 以下是「等腰三角形兩腰上的高相等」的性質證明，在空格處填入正確的答案

已知：△ABC 中，$\overline{AB}$ = $\overline{AC}$ ，$\overline{BD} \perp \overline{AC}$ ，$\overline{CE} \perp \overline{AB}$ 。

求證：$\overline{BD}$ = $\overline{CE}$ 。

證明：在△EBC 及△DCB 中

∵ $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ (已知) $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ (已知)

∴∠1 = _______ = 90°

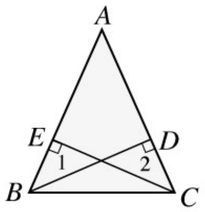
∵ $\overline{AB}$ = $\overline{AC}$ (已知)

∴∠EBC = _______ (等腰三角形兩底角相等)

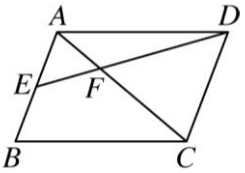
又 $\overline{BC}$ = $\overline{BC}$ (共用邊)

∴△EBC ≅ △DCB (_________ 全等性質)

∴ $\overline{BD}$ = $\overline{CE}$ (對應邊相等)



13. 已知：如圖，在平行四邊形 ABCD 中，E 為 $\overline{AB}$ 的中點，F 為 $\overline{AC}$ 與 $\overline{ED}$ 的交點



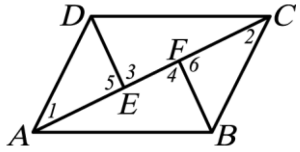
求證：$\overline{CF}$ = 2 $\overline{AF}$

證明：

因此∠B = ∠C(_________ 角相等)

故△ABC 為等腰三角形

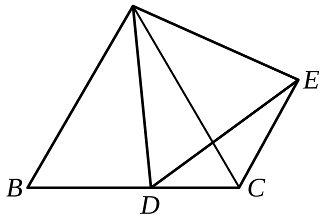
13. 如圖，ABCD為一平行四邊形，且 $\overline{DE} // \overline{BF}$ ，



求證 $\overline{AE}$ = $\overline{CF}$

證明：

14. 如圖，正△ABC 中，D 為 $\overline{BC}$ 上一點。若△ADE 亦為正三角形，則∠BCE 的度數為何？



(1)先說明△ABD 與△ACE 全等：在△ABD 與

△ACE 中，∵∠BAD + ∠DAC = ∠DAC + ∠CAE

= 60°可得到∠BAD = ______

又 $\overline{AB}$ = $\overline{AC}$ ， $\overline{AD}$ = $\overline{AE}$

∴△ABD ≅ △ACE (根據______全等性質)

(2)∵△ABD ≅ △ACE

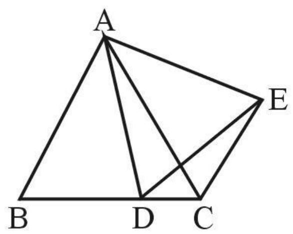
∴∠ACE = ∠B = 60°

因此，∠BCE = ∠BCA + ∠ACE = ______度

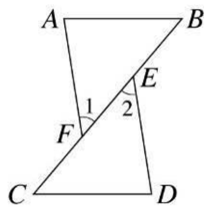
14. 如圖，正△ABC 中，D 為 $\overline{BC}$ 上一點，若△ADE 為正三角形

試證：(1)△ABD ≅ △ACE

(2)求∠ACE 的度數



15. 已知：如圖，∠1 = ∠2，∠B = ∠C，$\overline{BE}$ = $\overline{CF}$ 。
求證：$\overline{AB}$ = $\overline{CD}$ 。



15. 如圖，$\overline{AD} // \overline{BC}$ 且 $\overline{AD} = \overline{BC}$，在 $\overline{BD}$ 上取 F 和 E 點，使 $\overline{DF} = \overline{BE}$，求證：$\overline{AE} // \overline{FC}$

①$\overline{ED} = \overline{EF} + \overline{DF} =$ ______ + ______ = ______

②∵ $\overline{AD} // \overline{BC}$ ∴______________________

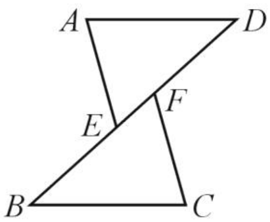
③在△ADE 和△CBF 中

∵______________________________________

∴△ADE≅△CBF（SAS 全等性質）

∴__________________________________

故 $\overline{AE} // \overline{FC}$



16. 如圖，$\overline{AP}$ 割圓於 B 點，$\overline{CP}$ 切圓於 C 點，求證：$\overline{AP} \times \overline{BP} = \overline{CP}^2$

連接______________________

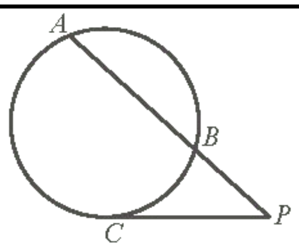
∵∠P = ∠P，

$\angle \qquad = \frac{1}{2} \qquad = \angle$

∴________ ~ ________（ ______ 相似性質）

⇒ ______ : ______ = ______ : ______

故 $\overline{AP} \times \overline{BP} = \overline{CP}^2$


A
B
P
C